

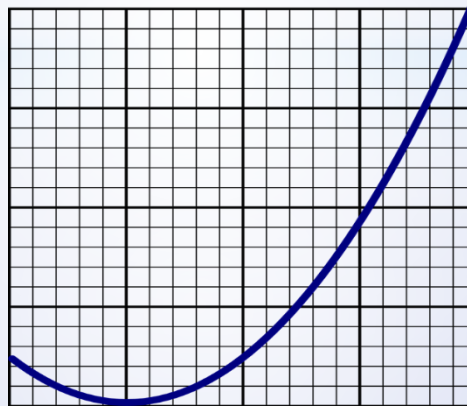
Laboratorio de Cinemática y Dinámica

Práctica N°1

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)

Objetivos:

- Determinar la magnitud de la aceleración de un cuerpo que se desplaza de manera rectilínea sobre un plano inclinado.
- Realizar las gráficas s vs t , v vs t y a vs t que representan el comportamiento del movimiento de dicho cuerpo.



$$s = At^2 + Bt + C$$

Figura 1

M.R.U.A., encontrarlo en el día a día es bastante común; un objeto que dejas caer y no encuentra ningún obstáculo en su camino (caída libre) o un esquiador que desciende una cuesta justo antes de llegar a la zona de salto, son buenos ejemplos de ello; de hecho, cualquier cuerpo al caer experimenta un movimiento de este tipo.

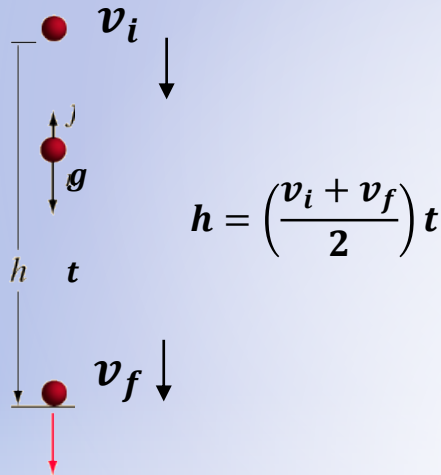


Figura 2



Figura 3

Un cuerpo realiza un M.R.U.A. cuando su trayectoria es una línea recta y su aceleración es constante y distinta de 0. Esto implica que la velocidad aumenta o disminuye su módulo de manera uniforme.

Ejemplo:

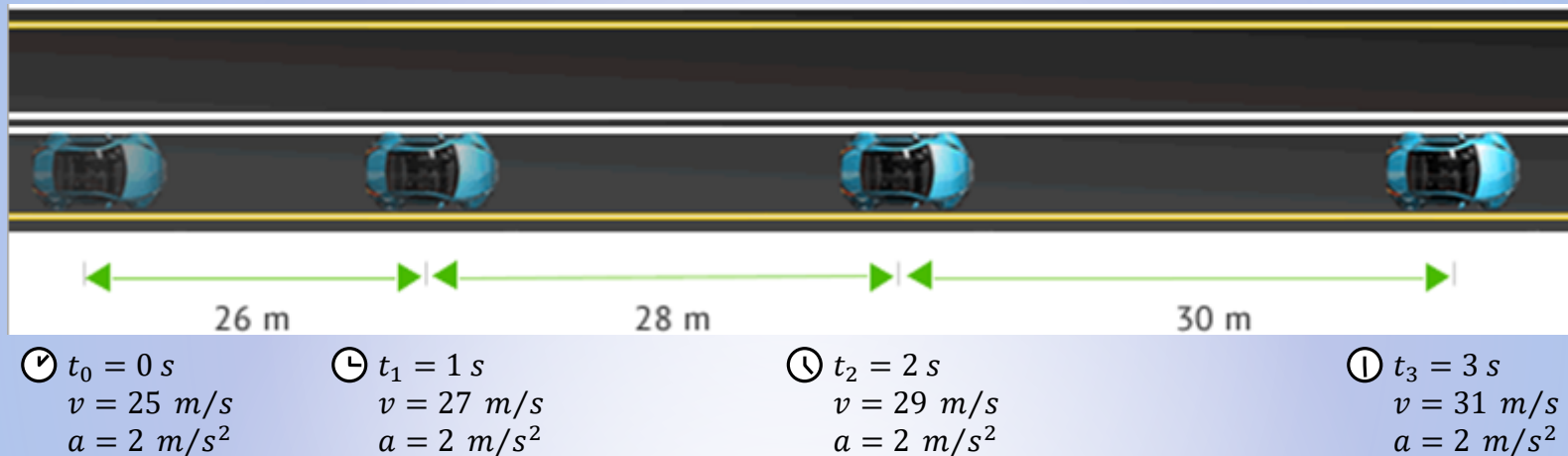


Figura 4

En la imagen el coche describe un M.R.U.A. ya que se mueve en línea recta y con una aceleración constante equivalente a 2 m/s^2 . Observa que **en cada segundo, la velocidad y el espacio recorrido por el cuerpo se incrementa con el valor de la aceleración respecto al segundo anterior.**

Si la aceleración hace aumentar la velocidad, será positiva, y negativa si la hace disminuir (el móvil está frenando).

Ecuaciones y unidades del MRUA

Las ecuaciones del M.R.U.A. son:

$$v = v_0 + at$$
$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$
$$a = cte$$

Variables involucradas en el MRUA			Unidades en el SI
x, x_0	posición	posición del cuerpo en un instante dado (x) y en el instante inicial (x_0).	m
v, v_0	velocidad	velocidad del cuerpo en un instante dado (v) y en el instante inicial (v_0).	m/s
a	aceleración	La aceleración del cuerpo. Permanece constante y con un valor distinto de 0.	m/s ²
t	tiempo	El intervalo de tiempo estudiado.	s

Tabla 1

Aunque las anteriores son las ecuaciones principales del M.R.U.A. y las únicas necesarias para resolver los ejercicios, en ocasiones resulta útil contar con la siguiente expresión:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

La fórmula anterior permite relacionar la velocidad y el espacio recorrido conocida la aceleración y puede ser deducida de las anteriores, tal y como puede verse a continuación:

$$v = v_0 + a \cdot t \dots 1$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \dots 2$$

De 1

$$t = \frac{v - v_0}{a} \dots 3$$

De 2

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \dots 4$$

Sustituyendo 3 en 4

$$\Delta x = v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

Haciendo las operaciones necesarias obtenemos:

$$2 \cdot a \cdot \Delta x = v^2 - v_0^2$$

Deducción de las ecuaciones del MRUA

Para deducir las ecuaciones del M.R.U.A. o M.R.U.V. hay que tener en cuenta que:

* La aceleración media, la aceleración instantánea y la aceleración tangencial tienen el mismo valor:

$$a = a_m = a_t = \text{cte}$$

Con esas restricciones nos queda:

$$a_m = a$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Cuando $t_0 = 0$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$a_m \cdot t = v - v_0$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Esta primera ecuación relaciona la velocidad del cuerpo con su aceleración en cualquier instante de tiempo y se trata de una recta (v) cuya pendiente coincide con la **aceleración** y cuya coordenada y en el origen es la velocidad inicial (v_0).

La ecuación que nos permite obtener la posición es la siguiente:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Para **deducirla** usaremos el **teorema de la velocidad media** o **teorema de Merton**:

“Un cuerpo en movimiento uniformemente acelerado recorre, en un determinado intervalo de tiempo, el mismo espacio que sería recorrido por un cuerpo que se desplazara con velocidad constante e igual a la velocidad media del primero”

Esto implica que: $\Delta x = v_m \cdot t$

El valor de la velocidad media, en el caso de que la aceleración sea constante, se puede observar claramente en la siguiente figura:

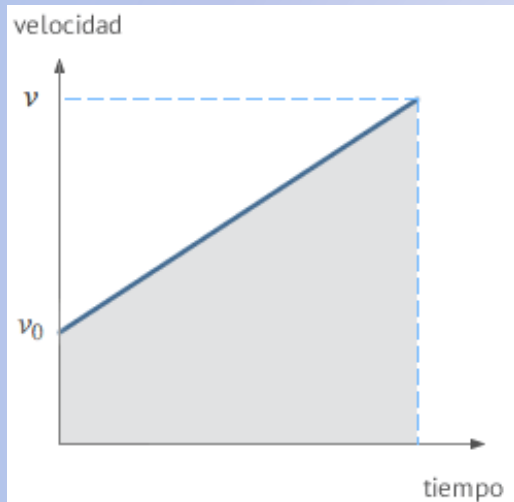


Figura 5

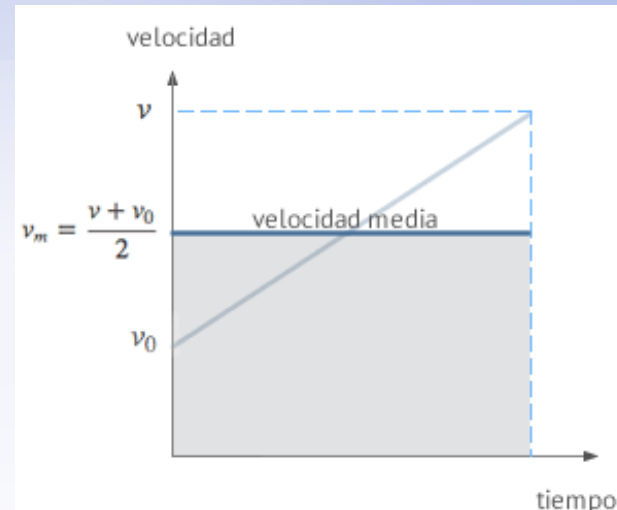


Figura 6

Velocidad Media en el M.R.U.A.

Considerar que la velocidad va aumentando de forma uniforme a lo largo de dos instantes de tiempo (figura 5), es lo mismo que considerar una velocidad media constante entre dichos instantes (figura 6). Esto es debido a que el área encerrada por debajo de la velocidad y que representa el espacio recorrido, es la misma en los dos casos.

Si se desarrollan las ecuaciones vistas hasta ahora obtendremos la ecuación de la posición en el M.R.U.A.



Figura 7

A partir de: $\Delta x = v_m \cdot t$

$$x - x_0 = v_m \cdot t$$

Sustituyendo el valor de v_m :

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

Sustituyendo $v = v_0 + a \cdot t$

$$x - x_0 = \frac{v_0 + a \cdot t + v_0}{2} \cdot t$$

$$x - x_0 = \frac{2v_0 + a \cdot t}{2} \cdot t$$

$$x - x_0 = \frac{2v_0}{2} \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

Obteniendo:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

Entonces se puede concluir que una bola que rueda por un plano inclinado o una piedra que cae en el vacío desde lo alto de un edificio son cuerpos que se mueven ganando velocidad con el tiempo de un modo aproximadamente uniforme; es decir, con una aceleración constante.

En este movimiento la velocidad es variable, nunca permanece constante; lo que si es constante es la aceleración.

Entenderemos como aceleración la variación de la velocidad con respecto al tiempo. Pudiendo ser este cambio en la magnitud, en la dirección o en ambos.

Para efecto de la realización de la Práctica N° 1 M.R.U.A. tomaremos las siguientes consideraciones:

$$a = cte$$

Rapidez en cualquier instante de tiempo, conociendo su aceleración, su velocidad inicial y el instante de tiempo en donde quieres conocer la rapidez.

$$v = v_0 + at$$

Ésta es la expresión que se utilizará para la actividad de la práctica y se debe comprobar si se cumple con la parte teórica.

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

La expresión tiene la forma de una parábola. Al ajustar a una ecuación cuadrática se tiene :

$$s = C + Bt + At^2$$

Por lo que el significado físico de cada variable será:

$$C = s_0 ; B = v_0 ; A = \frac{1}{2} a$$

Del valor de A se tiene:

$a = 2A$; valor que se considerará como valor experimental para la aceleración.

También es necesario realizar la descomposición de fuerzas en el plano inclinado para obtener el valor teórico de la aceleración:

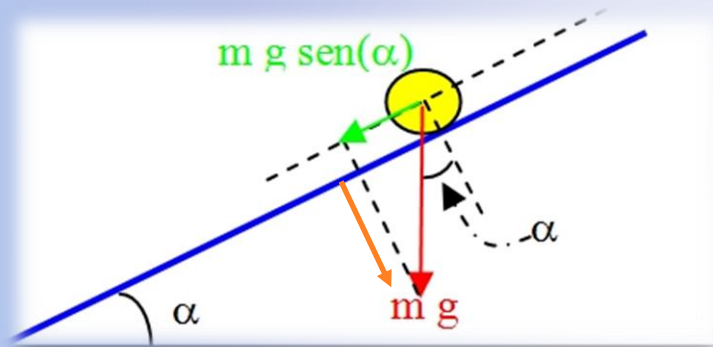


Figura 8

$$P_x = mg \sin 10^\circ$$

$$\sum F_x = ma_x$$

$$mg \sin 10^\circ = ma_x$$

$$a_x = g \sin 10^\circ$$

Los cuerpos en caída por un plano inclinado sin rozamiento están sometidos a la atracción de la Tierra y experimentan un movimiento uniformemente acelerado. Esta aceleración aumenta con la inclinación del plano. Su valor máximo es igual a la aceleración de la gravedad $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ (inclinación de 90°).

Es importante indicarte que en las ecuaciones anteriores se ha considerado que el movimiento se realiza en el *eje x*. Si nos moviéramos en el *eje y*, por ejemplo en los movimientos de caída libre o de lanzamiento vertical, simplemente sustituirías la *x* por la *y* en la ecuación de posición, quedando:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Gráficas en el MRUA

También resulta interesante representar gráficamente la relación de las magnitudes cinemáticas (posición, velocidad y aceleración) frente al tiempo.

Características de las gráficas de un MRUA

La gráfica **posición-tiempo** es una **rama de parábola**, que pasa por el origen cuando la posición inicial es cero; si no es así, corta el eje de posiciones en el valor de la posición inicial. La curva es cóncava si la aceleración es positiva y convexa en caso contrario.

MRUA ($a > 0$)

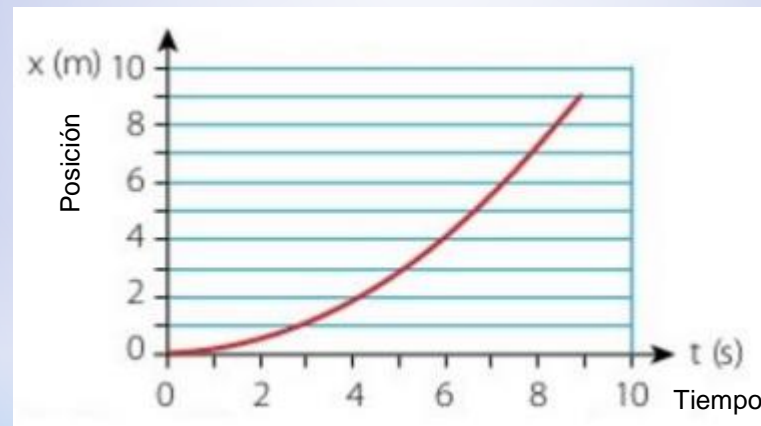


Figura 9

El cambio de posición es mayor cada segundo, por lo tanto, corresponde a una curva creciente. La intersección con el eje de las ordenadas corresponde a la posición inicial del móvil.

La gráfica **velocidad-tiempo** es una **recta inclinada**, que pasa por el origen cuando la velocidad inicial es cero; si no es así, corta el eje de velocidades en el valor de la velocidad inicial. La inclinación de la recta (pendiente) es positiva si la aceleración es positiva y negativa en caso contrario.

MRUA ($a > 0$)

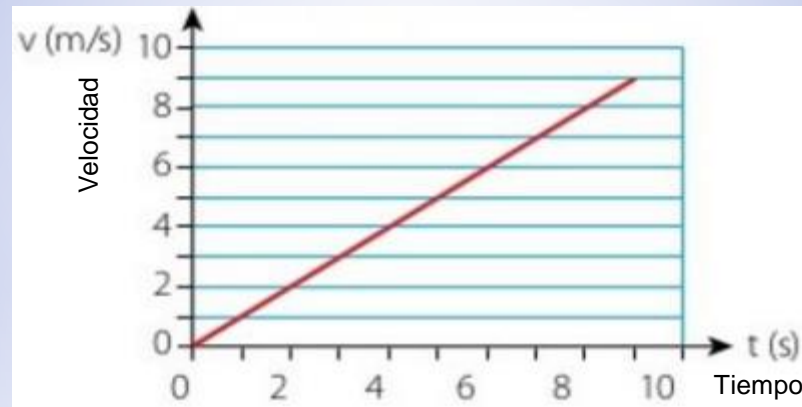


Figura 10

La velocidad aumenta uniformemente cada segundo. El valor de la velocidad inicial corresponde al punto de intersección con el eje de las ordenadas. Tiene pendiente positiva durante todo el movimiento.

La gráfica **aceleración-tiempo** es siempre una **recta horizontal**, que corta el eje de aceleraciones en el valor de la aceleración del movimiento.

MRU ($v > 0$)

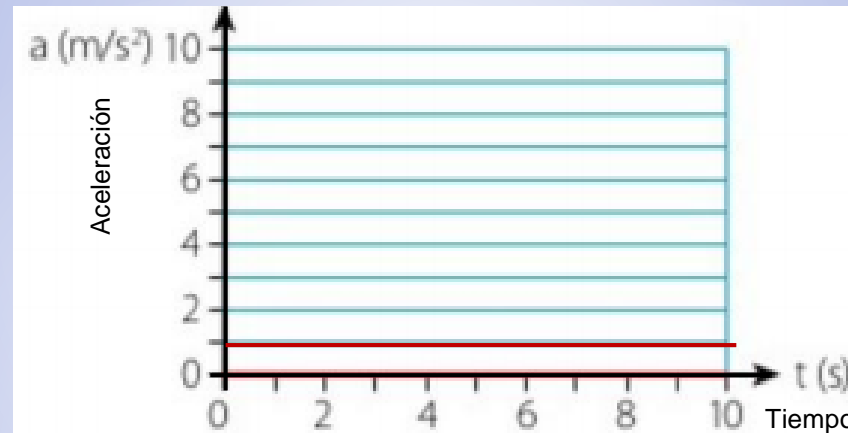


Figura 11

La aceleración, definida como el cambio de velocidad, es cero si esta última no cambia en el tiempo.

Por último los invito a utilizar un **simulador** en línea que representa gráficamente el movimiento (M.R.U.A).

Puedes simular movimientos con diferentes valores de posiciones y velocidades iniciales, así como aceleraciones positivas o negativas, dentro de los márgenes que permite el simulador. Y te permitirá observar las gráficas resultantes en cada caso para entender las características del movimiento, así como visualizar las ecuaciones del movimiento.

Ingresa al siguiente link:

http://www.iesdmjac.educa.aragon.es/departamentos/fq/temasweb/FQ4ESO/FQ4ESO%20Tema%203%20Movimientos/4_movimiento_rectilneo_uniformemente_acelerado_mruea.html

Mesografía:

- ❖ Fernández, J.L. *FiSiCALAB*. Ecuaciones Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A.). Consultado el 19 de Marzo de 2019. Recuperado de <https://www.fisicalab.com/apartado/mrua-ecuaciones#contenidos>
- ❖ Martínez Prieto, M.C., Molina Cuberos, G., et. al., (mayo 2008). *Laboratorio Virtual de Física para ESO*. Plano Inclinado. Consultado el 19 de Marzo de 2019. Recuperado de <https://webs.um.es/gregomc/LabESO/Planoinclinado/Planoinclinado.html>
- ❖ *Física y química de ESO Tema 3. Movimientos*. Movimiento Rectilíneo Uniformemente acelerado (MRUA). Consultado el 19 de Marzo de 2019. Recuperado de http://www.iesdmjac.educa.aragon.es/departamentos/fq/temasweb/FQ4ESO/FQ4ESO%20Tema%203%20Movimientos/4_movimiento_rectilneo_uniformemente_acelerado_mrua.html
- ❖ 2011-2019. *ConceptoDefinición.De*. Definición de aceleración. Consultado el 19 de Marzo de 2019. Recuperado de <https://conceptodefinicion.de/aceleracion/>

Imágenes:

- Figura 1. Recuperada de <https://pixabay.com/es/vectors/par%C3%A1bola-funci%C3%B3n-matem%C3%A1tica-%C3%A1lgebra-148973/> . Obtenida el 19 de Marzo 2019.
- Figura 2. Recuperada de <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Mechanics/fallq.html> . Obtenida el 19 de Marzo 2019.
- Figura 3. Recuperada de <http://www.deviajevoy.com.ar/destinos?page=13> . Obtenida el 19 de Marzo de 2019.
- Figura 4. Recuperado de <https://www.fisicalab.com/apartado/mrua#contenidos>. Obtenida el 19 de Marzo de 2019.
- Figura 5, Figura 6 y Figura 7. Recuperada de <https://www.fisicalab.com/apartado/mrua-ecuaciones#contenidos>. Obtenida el 19 de Marzo de 2019.
- Figura 8. Recuperada de <https://webs.um.es/gregomc/LabESO/Planoinclinado/Planoinclinado.html>. Obtenida el 19 de Marzo de 2019.
- Figura 9, Figura 10 y Figura 11. Recuperadas de <http://www.colegiomontferri.edu.co/sites/default/files/FISICA%209%C2%BA.pdf>. Obtenida el 10 de Julio de 2019.

Tabla

- Tabla 1. Creación propia

Elaborado por:

Ing. Aidee Bravo Olmos

Revisión técnica:

M.E. Lorenzo Octavio Miranda Cordero

M.E. Edgar Raymundo López Téllez

Quím. Antonia del Carmen Pérez León